Instituto Politécnico Nacional

Escuela Superior de Cómputo

Compiladores

Profr. Edgardo Adrián Franco Martínez

10 Análisis léxico VI

Autómatas finitos deterministas, no deterministas y construcción de Thompson

efranco.docencia@gmail.com

http://computacion.cs.cinvestav.mx/~efranco

Contenido

- Clasificación de los autómatas finitos
- Autómata finito no determinista (AFND)
- Autómata finito determinista (AFD)
- Teorema sobre la transformación de AFND en AFD
- Transformación de una expresión regular en un autómata finito
- Construcción de Thompson de un AFND a partir de una expresión regular
- Nomenclatura de Thompson
- Ejemplos

Clasificación de los autómatas finitos

- Cuando se definió autómata finito, la función $f:E^* \times Q \rightarrow Q$,es en general no determinista. Así en función de *f*, se hablará de ***autómatas finitos deterministas AFD*** *y* ***autómatas finitos no deterministas AFND***.

  - **Un autómata finito no determinista AFND** se caracteriza por la posibilidad de que dada una entrada ***e*** *en un estado* q_i, *se pueda pasar a un estado* q_j, q_k,...,q_n *sin saber a ciencia cierta*, a cual de esos estados pasará. Existiendo la misma probabilidad de que pase a cualquiera de dichos estados.

  - **Un autómata finito determinista AFD** es un caso particular de los autómatas finitos, en el que la función de transición no presenta ninguna ambigüedad en las transiciones de estados para una entrada dada.

Autómatas finitos no deterministas (AFND)

- La definición de autómata finito no determinista AFND coincide con la de autómata finito :

$$AFND = (E, Q, f, q_1, F)$$

  - Con la salvedad de que $f: E^* x Q \rightarrow Q$ es no determinista, i.e. es aquel que presenta cero, una o más transiciones por el mismo carácter del alfabeto.

- Un autómata finito no determinista también puede o no tener más de un nodo inicial.

AFND Ejemplo

- ***Resolver:***

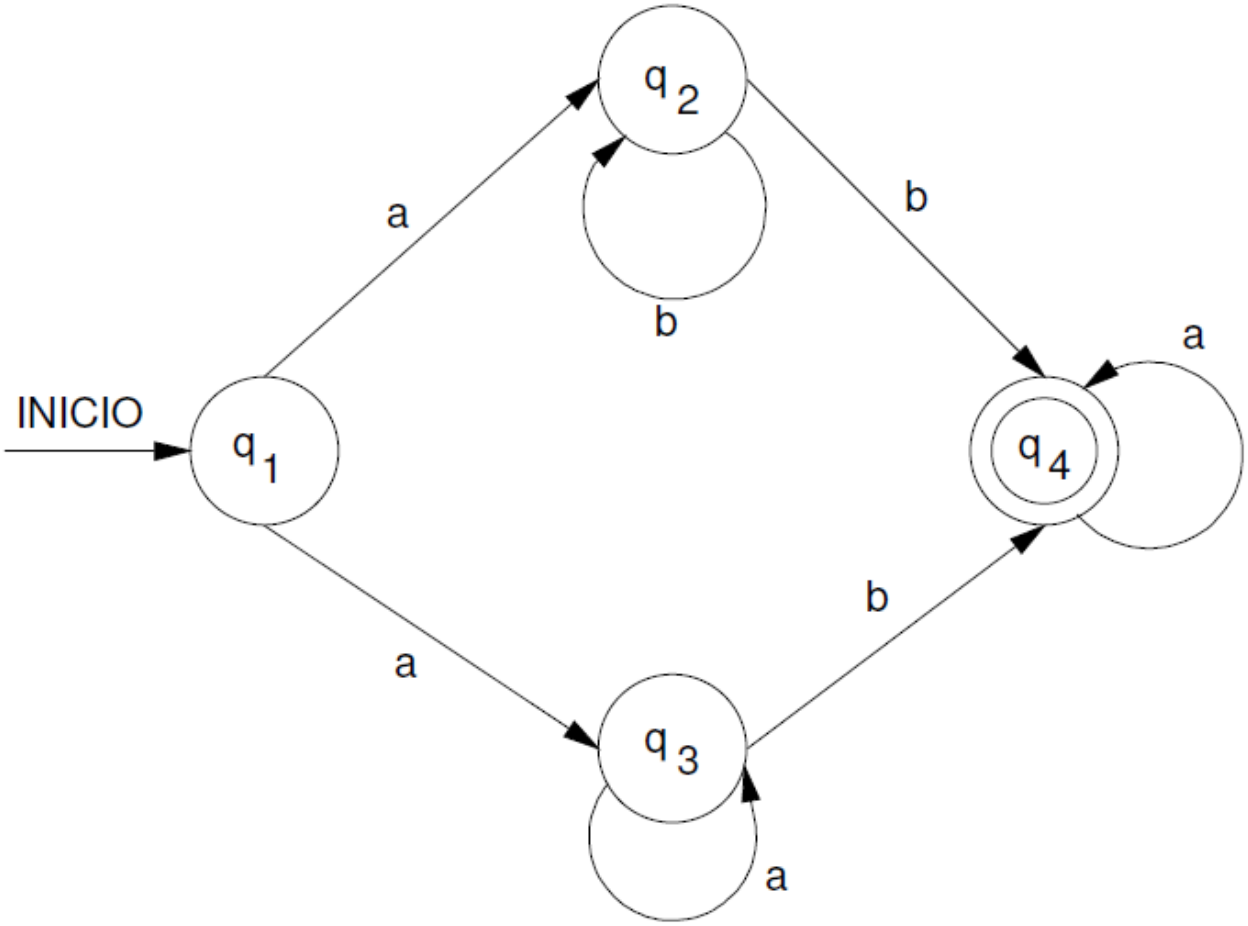
Sea el autómata finito no determinista $AFND = (E, Q, f, q_1, F)$ donde E=$\{a, b\}$, $Q = \{q_1, q_2, q_3, q_4\}$, $F = \{q_4\}$ y la función f viene dada por la siguiente tabla :

f	a	b
q_1	$\{q_2, q_3\}$	λ
q_2	λ	$\{q_2, q_4\}$
q_3	q_3	q_4
q_4	q_4	λ

Determinar el lenguaje que reconoce, y dar su expresión regular.

AFND Ejemplo

- ***Solución:***



$$a(b^*b \mid a^*b)a^*$$

$$a(b^* \mid a^*)ba^*$$

Autómatas finitos deterministas (AFD)

- Un autómata finito determinista **AFD** es un caso particular de los autómatas finitos, en el que **la función de transición no presenta ninguna ambigüedad** en las transiciones de estados para una entrada dada.

- Un autómata finito determinista es una quíntupla *AFD=(E, Q, f, q1, F)* donde la **función** $f:E^* \times Q \rightarrow Q$ es **determinista.**

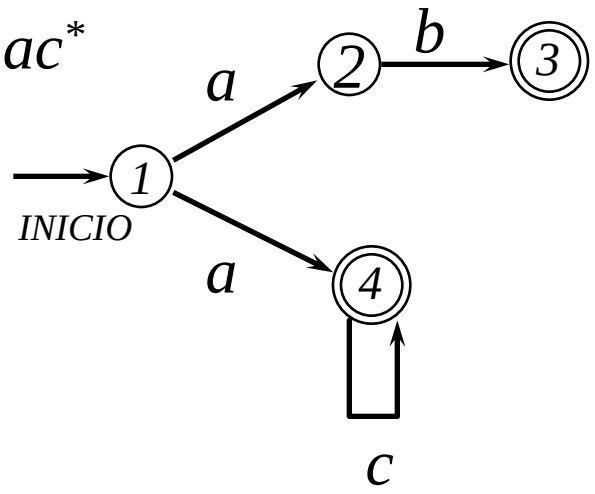
Teorema sobre la transformación de AFND en AFD

- *"**Para todo autómata finito no determinista** AFND=(E, Q, f, q1,F) **se puede construir un autómata finito determinista** AFD=(E, Q', f', q'1, F') **tal que el lenguaje reconocido** por el autómata finito determinista AFD **coincida con** el lenguaje reconocido por el autómata finito no determinista AFND, es decir **L(AFD) = L(AFND)**".*

Transformación de AFND en AFD

AFND

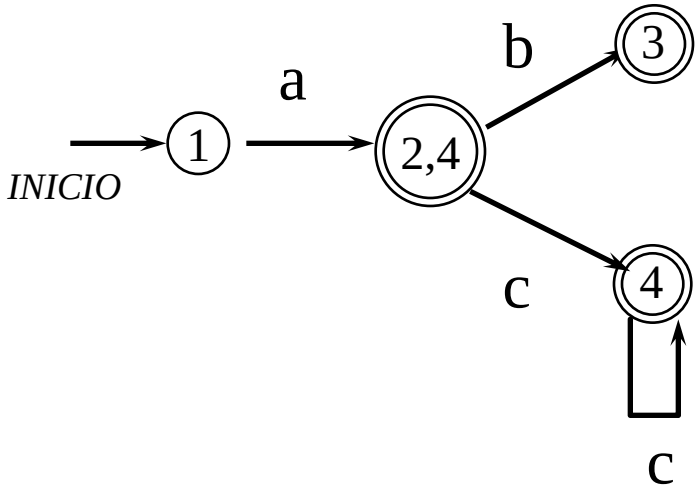
Expresión: $ab|ac^*$



Transformación de AFND en AFD

AFD

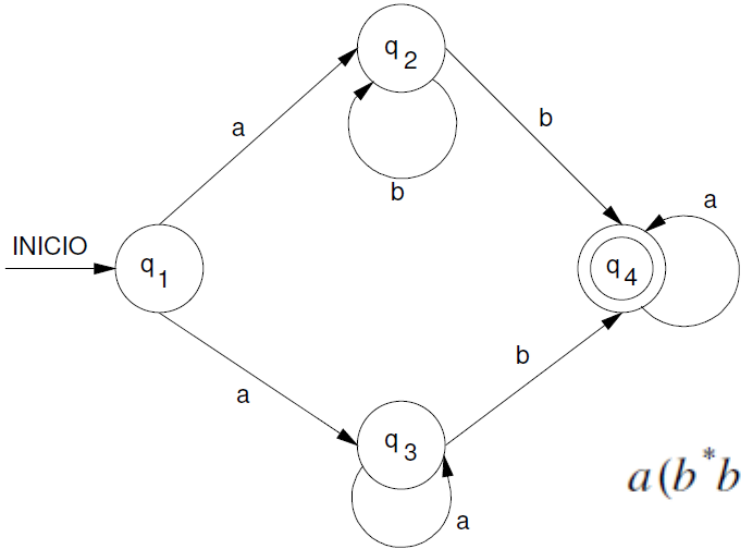
Expresión: $ab|ac^*$



AFND -> AFD (Ejemplo)

- ***Resolver:***
- Sea el autómata finito no determinista del ejemplo anterior, determinar un **autómata finito determinista** equivalente.

f	*a*	*b*
q_1	$\{q_2,q_3\}$	λ
q_2	λ	$\{q_2,q_4\}$
q_3	q_3	q_4
q_4	q_4	λ



$$a(b^*b \mid a^*b)a^*$$

$$a(b^* \mid a^*)ba^*$$

AFND -> AFD (Ejemplo)

- ***Solución:***
- *El AFD tendrá en un principio 2^4 estados, i.e. Q' conjunto de las partes de Q (16 estados).*
- *También se define el estado inicial y el conjunto de estados finales F'.*
- *Q'={ ,[q1],[q2],[q3],[q4],[q1q2],...,[q1q2q3q4] }*
- *q'1=[q1]*
- *F'={[q4],[q1q4],[q2q4],[q3q4],[q1q2q4],...,[q1q2q3q4]}*
- *f' se construye a partir de f resultando la siguiente tabla*

	f'	a	b
	λ	λ	λ
	$[q_1]$	$[q_2q_3]$	λ
→	$[q_2]$	λ	$[q_2q_4]$
	$[q_3]$	$[q_3]$	$[q_4]$
	$[q_4]$	$[q_4]$	λ
→	$[q_1q_2]$	$[q_2q_3]$	$[q_2q_4]$
→	$[q_1q_3]$	$[q_2q_3]$	$[q_4]$
→	$[q_1q_4]$	$[q_2q_3q_4]$	λ
	$[q_2q_3]$	$[q_3]$	$[q_2q_4]$
	$[q_2q_4]$	$[q_4]$	$[q_2q_4]$
→	$[q_3q_4]$	$[q_3q_4]$	$[q_4]$
→	$[q_1q_2q_3]$	$[q_2q_3]$	$[q_2q_4]$
→	$[q_1q_2q_4]$	$[q_2q_3q_4]$	$[q_2q_4]$
→	$[q_1q_3q_4]$	$[q_2q_3q_4]$	$[q_4]$
→	$[q_2q_3q_4]$	$[q_3q_4]$	$[q_2q_4]$
→	$[q_1q_2q_3q_4]$	$[q_2q_3q_4]$	$[q_2q_4]$

AFND -> AFD (Ejemplo)

- ***Solución:***

f	*a*	*b*
q_1	$\{q_2,q_3\}$	λ
q_2	λ	$\{q_2,q_4\}$
q_3	q_3	q_4
q_4	q_4	λ

	f'	*a*	*b*
	λ	λ	λ
	$[q_1]$	$[q_2q_3]$	λ
→	$[q_2]$	λ	$[q_2q_4]$
	$[q_3]$	$[q_3]$	$[q_4]$
	$[q_4]$	$[q_4]$	λ
→	$[q_1q_2]$	$[q_2q_3]$	$[q_2q_4]$
→	$[q_1q_3]$	$[q_2q_3]$	$[q_4]$
→	$[q_1q_4]$	$[q_2q_3q_4]$	λ
	$[q_2q_3]$	$[q_3]$	$[q_2q_4]$
	$[q_2q_4]$	$[q_4]$	$[q_2q_4]$
→	$[q_3q_4]$	$[q_3q_4]$	$[q_4]$
→	$[q_1q_2q_3]$	$[q_2q_3]$	$[q_2q_4]$
→	$[q_1q_2q_4]$	$[q_2q_3q_4]$	$[q_2q_4]$
→	$[q_1q_3q_4]$	$[q_2q_3q_4]$	$[q_4]$
→	$[q_2q_3q_4]$	$[q_3q_4]$	$[q_2q_4]$
→	$[q_1q_2q_3q_4]$	$[q_2q_3q_4]$	$[q_2q_4]$

AFND -> AFD (Ejemplo)

- ***Solución:***

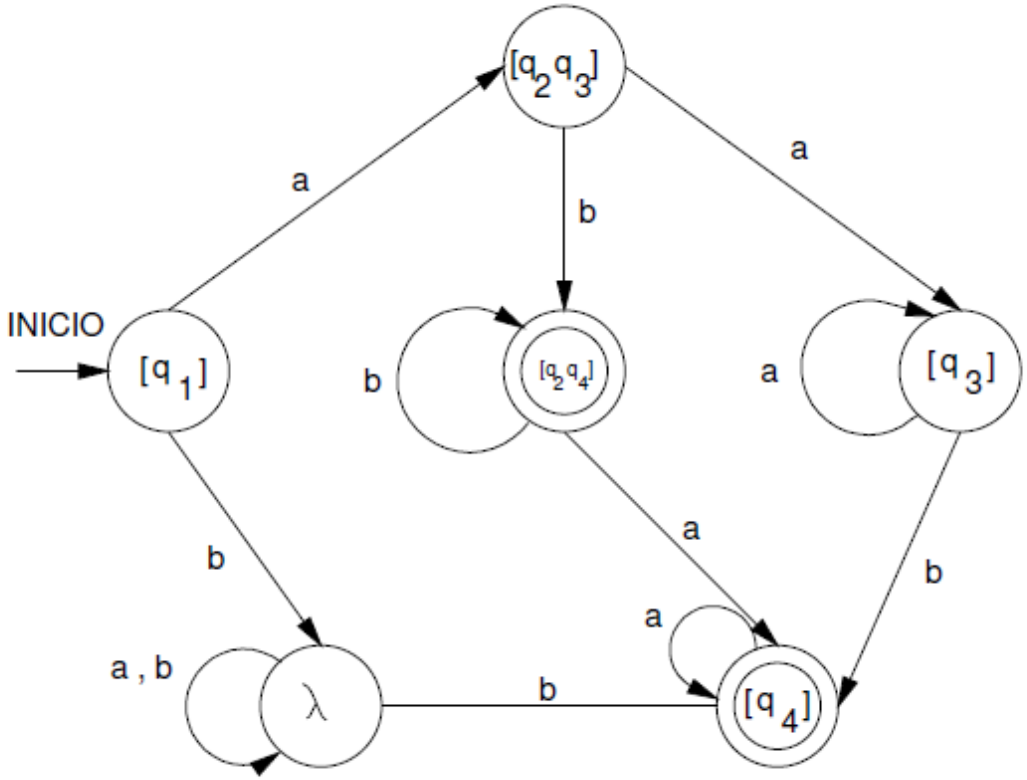
- Ahora bien, en un AF los estados que no son accesibles desde el inicial pueden eliminarse, así se eliminan los marcados en la tabla con flechas.

- Entonces f' puede resumirse según la tabla:

f'	*a*	*b*
λ	λ	λ
$[q_1]$	$[q_2q_3]$	λ
$[q_3]$	$[q_3]$	$[q_4]$
$[q_4]$	$[q_4]$	λ
$[q_2q_3]$	$[q_3]$	$[q_2q_4]$
$[q_2q_4]$	$[q_4]$	$[q_2q_4]$

AFND -> AFD (Ejemplo)

- ***Solución***



$$abb^* \mid abb^*aa^* \mid aaa^*ba^*$$

$$= abb^*(\lambda \mid aa^*) \mid aaa^*ba^*$$

$$= abb^*a^* \mid aaa^*ba^*$$

$$= ab^*ba^* \mid aaa^*ba^*$$

$$= a(b^* \mid aa^*)ba^*$$

$$= a(b^* \mid a^*)ba^*$$

La última igualdad se ha obtenido teniendo en cuenta que:

$$b^* \mid aa^* = b^* \mid \lambda \mid aa^* = b^* \mid a^*$$

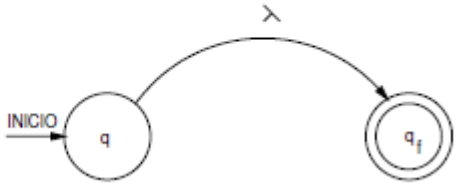
Transformación de una expresión regular en un autómata finito

- **Dada una expresión regular existe un autómata finito** capaz de reconocer el lenguaje que ésta define.

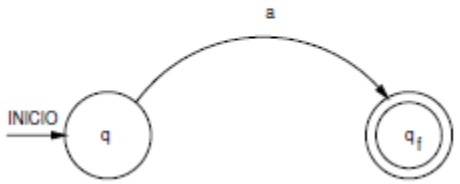
- Recíprocamente, **dado un autómata finito**, se puede expresar mediante una **expresión regular del lenguaje que reconoce.**

Transformación de una expresión regular en un autómata finito

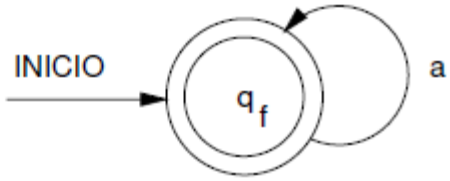
Expresión regular λ



Expresión regular *a*

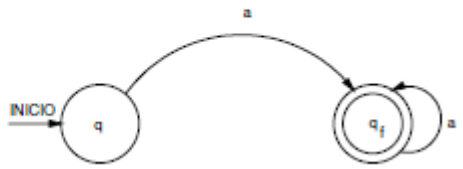


Expresión regular a^*

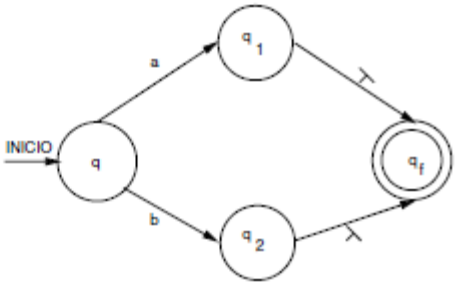


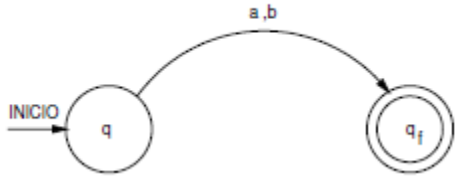
Transformación de una expresión regular en un autómata finito

Expresión regular a^+



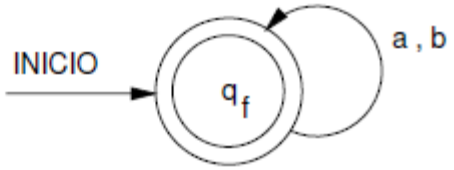
Expresión regular $a|b$



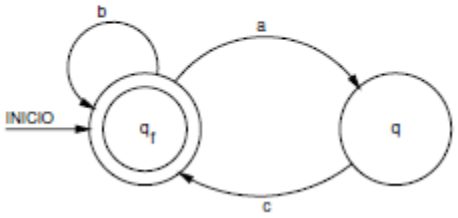


Transformación de una expresión regular en un autómata finito

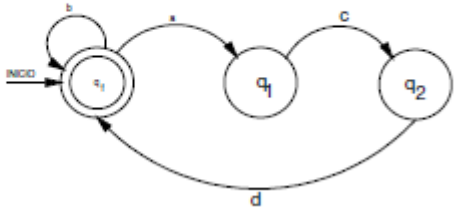
Expresión regular *(a|b)**



Expresión regular *(ac|b)**



Expresión regular *(acd|b)**



Construcción de Thompson de un AFND a partir de una expresión regular

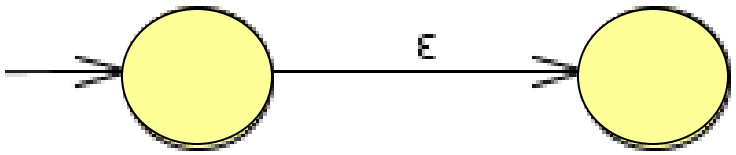
- La construcción de Thompson construye un AFND a partir de cualquier expresión regular.

- El algoritmo construye a partir de expresiones regulares un diagrama de AFND, para luego poder generar un AFD mínimo equivalente.

- Utiliza una notación estándar para generar el AFND

Nomenclatura de Thompson

- Para la representación de una cadena vacía se utiliza el símbolo ε.

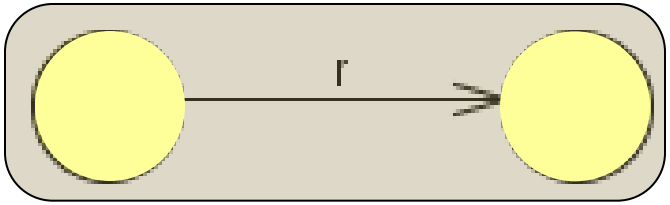


Cadena Vacía

Nomenclatura de Thompson

- Para representar un símbolo, se utilizan dos estados y una transición para el movimiento con el símbolo.

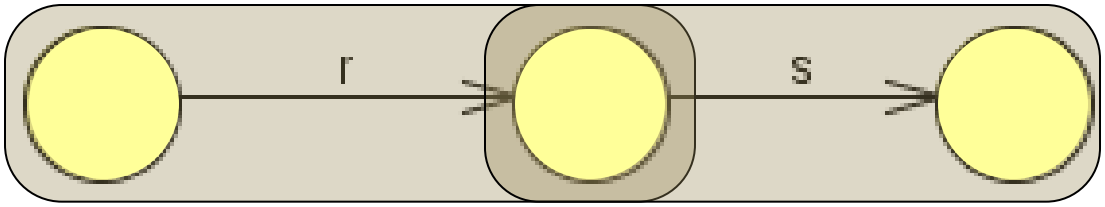
r



Nomenclatura de Thompson

- Para la concatenación de dos símbolos únicamente se unen cada uno de los símbolos por

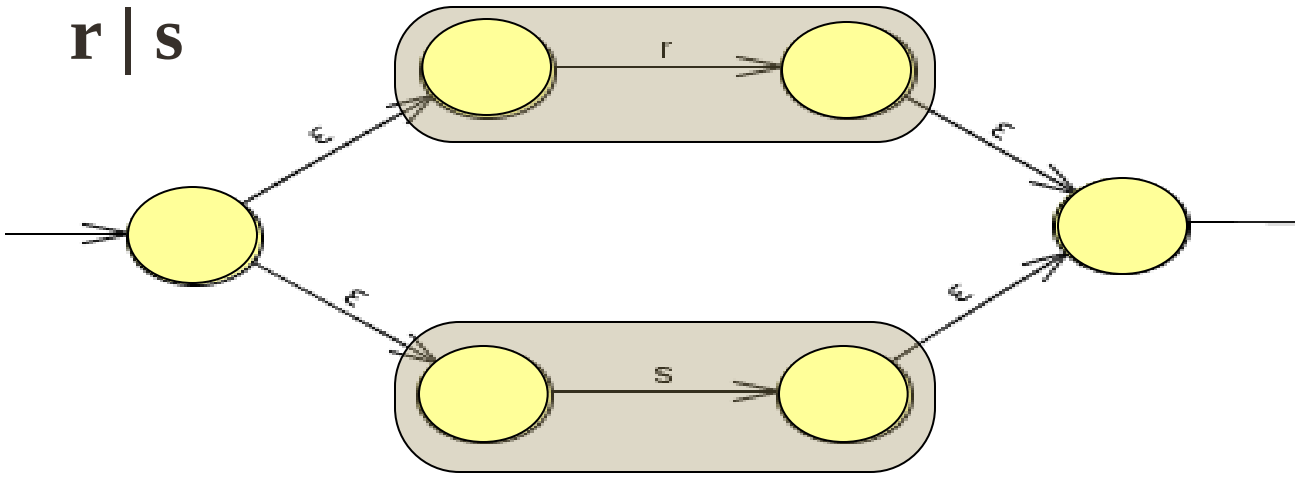
rs



Concatenación de símbolo

Nomenclatura de Thompson

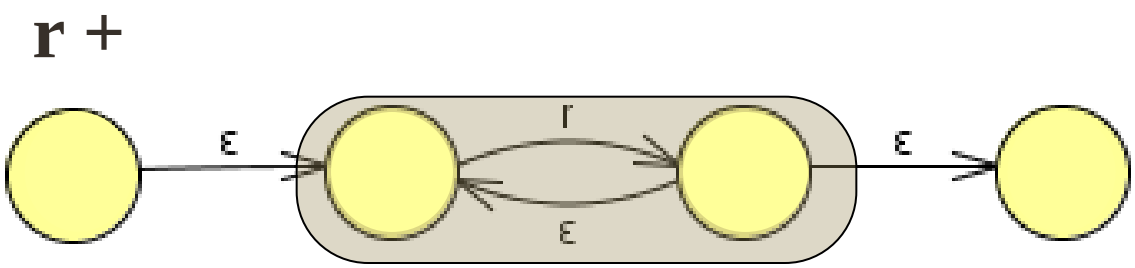
- Para la elección de alternativas, crear transiciones ε para la unión de las transiciones.



Elección de alternativas

Nomenclatura de Thompson

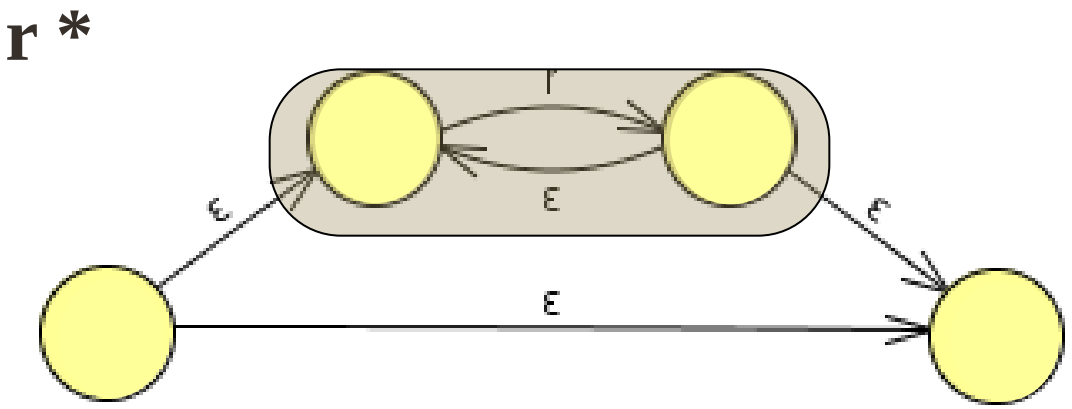
- Para la cerradura Positiva, se agregan transiciones ε para retornar al estado previo, permitiendo agregar 1 o mas veces el símbolo



Cerradura positiva

Nomenclatura de Thompson

- Para la cerradura de Kleene, se agregan transiciones ε para retornar a estado previo. Y otra transición ε para saltar la transición con r.



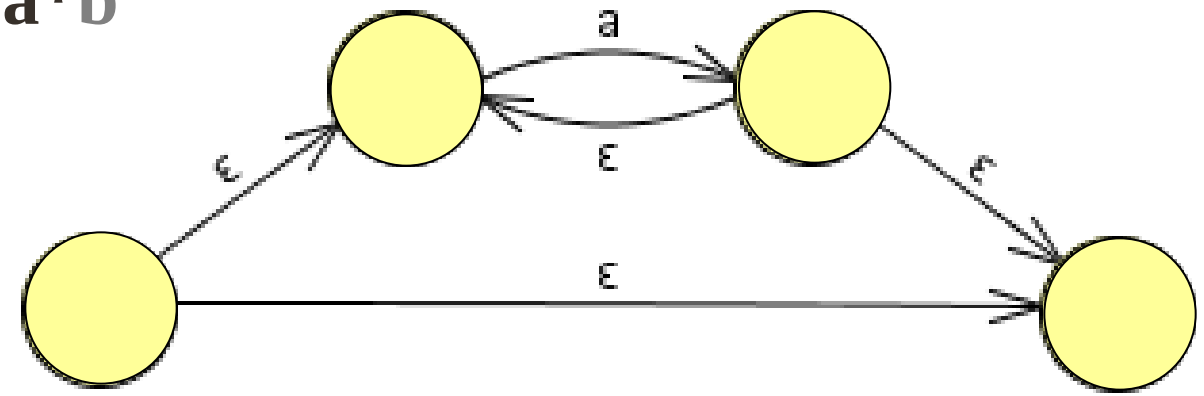
Cerradura de Kleene

Ejemplo 01 Método de Thompson

- Diagrama del NFA que representa la ER **a*b**.

1. Parte de la cerradura de Kleene.

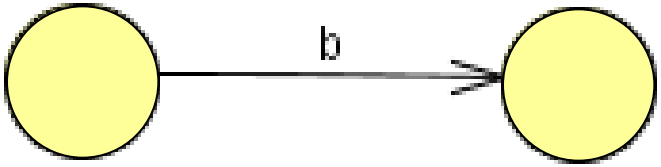
a*b



Ejemplo 01 Método de Thompson

2. Para continuar se generan la concatenación del símbolo **b**

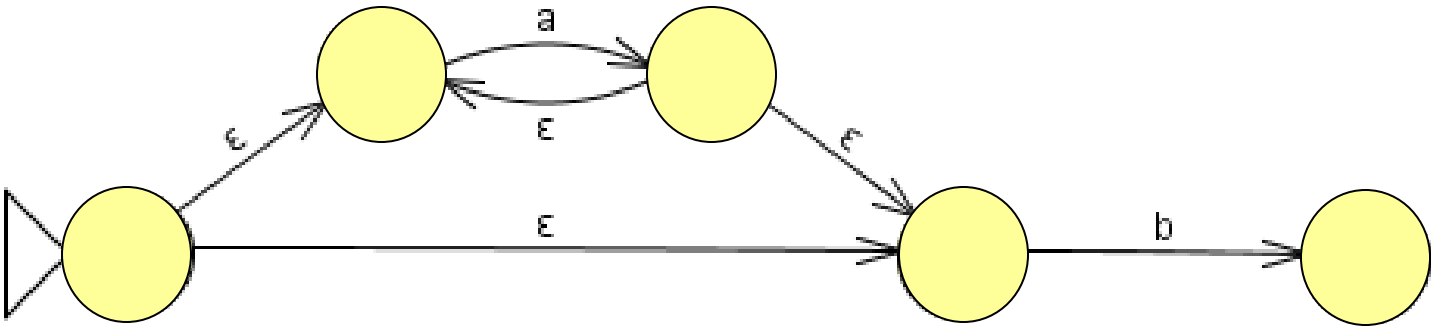
a*b



Ejemplo 01 Método de Thompson

3. Para finalizar se numeran los estados y se indica el estado inicial y final

a*b

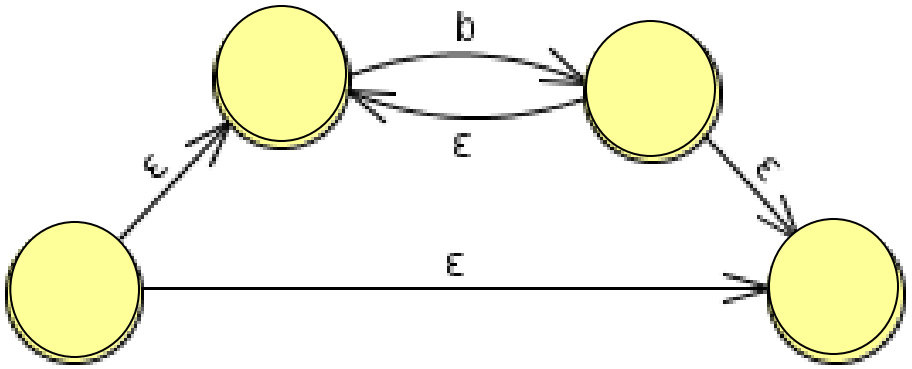


Ejemplo 02 Método de Thompson

A partir de la ER (b|(b*a)*)a

1. Parte de la cerradura de Kleene que se encuentra dentro de paréntesis.

(b|(b*a)*)a

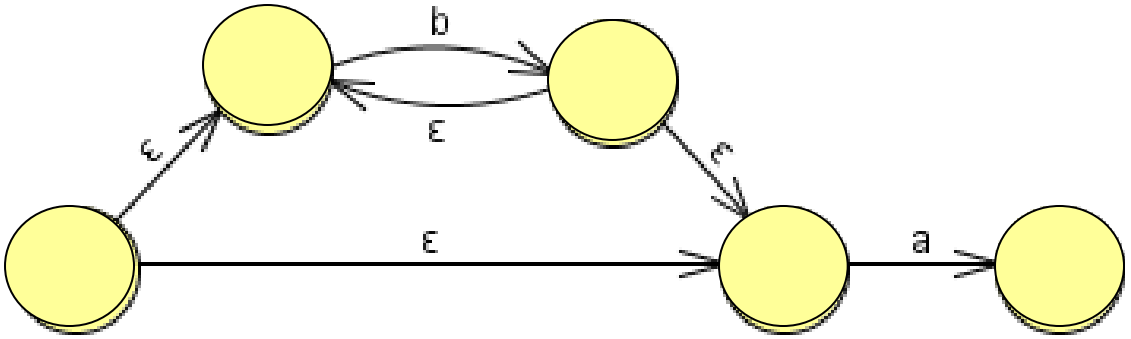


Ejemplo 02 Método de Thompson

A partir de la ER (b|(b*a)*)a

2. Completamos dicho paréntesis concatenando el símbolo a

(b|(b*a)*)a

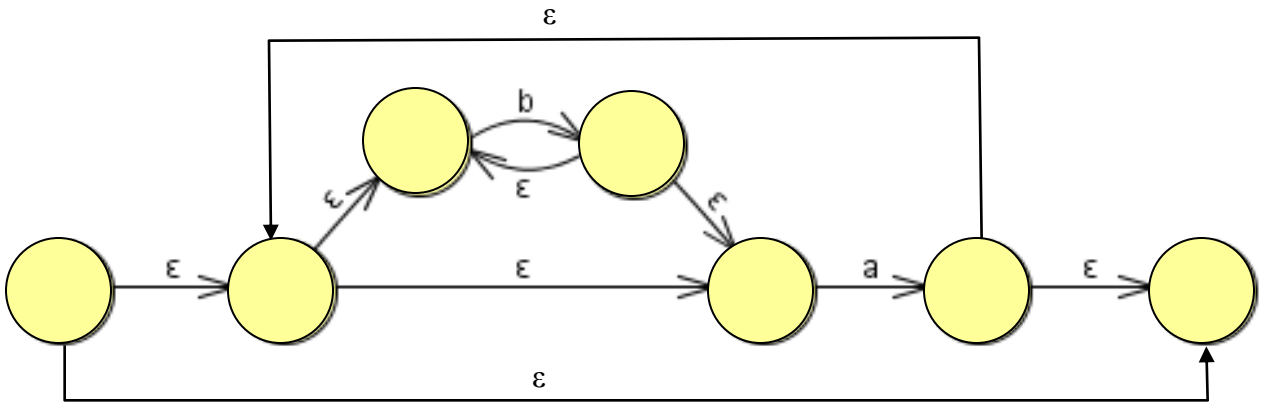


Ejemplo 02 Método de Thompson

A partir de la ER (b|(b*a)*)a

3. Aplicar la Cerradura de Kleene al paréntesis

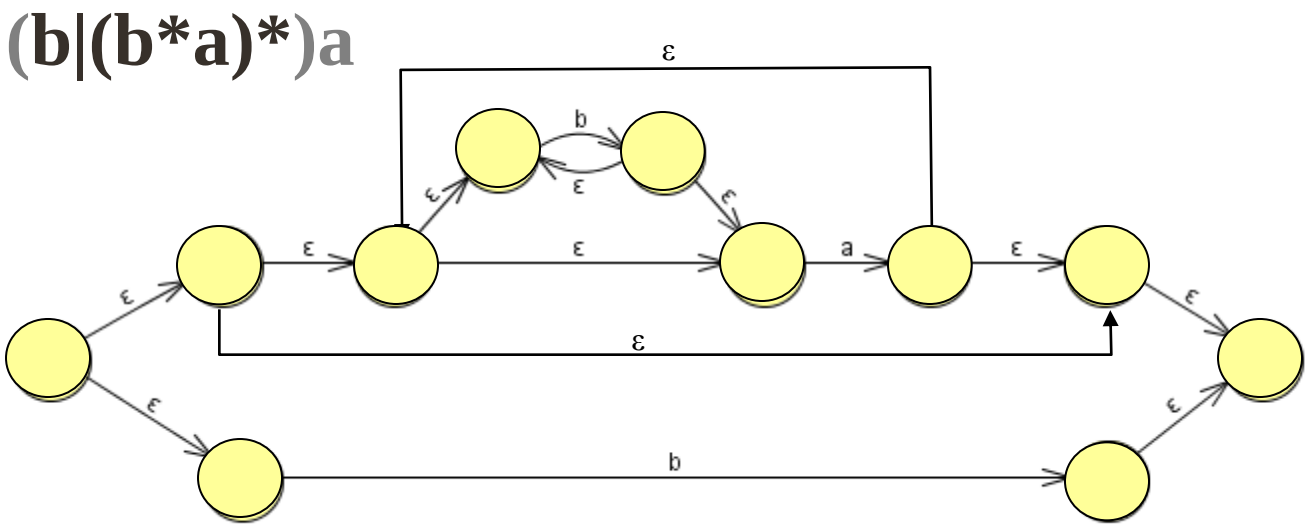
(b|(b*a)*)a

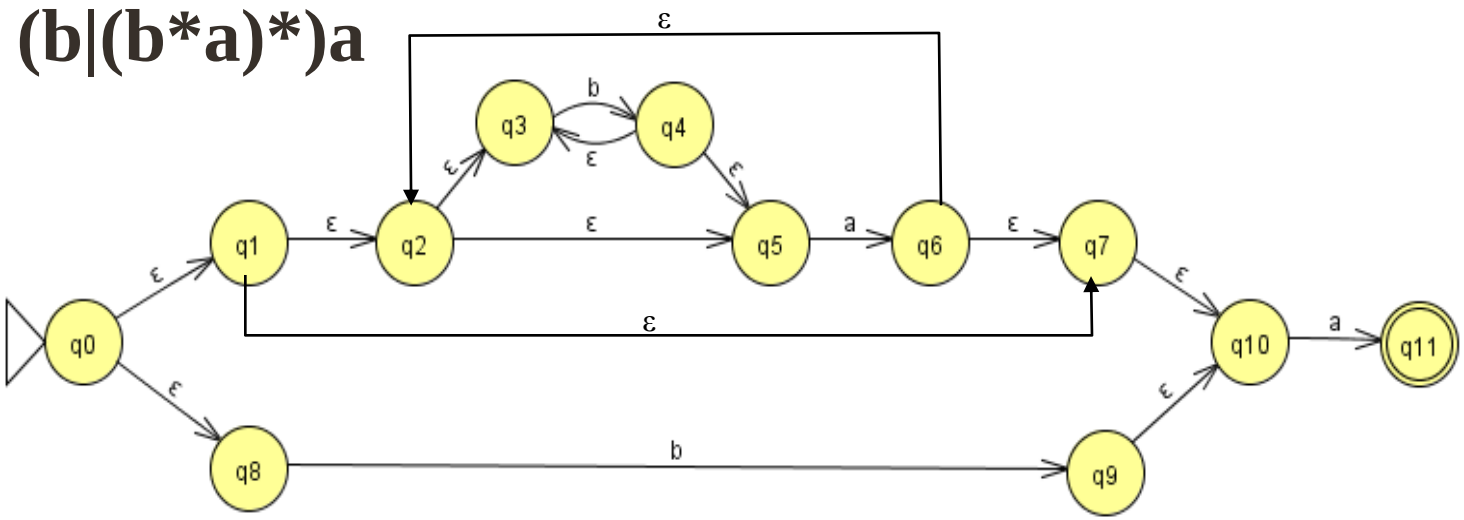


Ejemplo 02 Método de Thompson

A partir de la ER (b|(b*a)*)a

4. La elección de alternativas del b y el diagrama anterior.



Ejemplo 02 Método de Thompson

5. Concatenamos el último símbolo, enumerando e indicando el estado inicial y el final